Les humanités numériques – vers une « mathématique originale » ?

Michael Piotrowski
Université de Lausanne
michael.piotrowski@unil.ch

Résumé

Cet essai explore le potentiel de la pensée formelle et des mathématiques en tant qu'outils fondamentaux dans les sciences humaines, comme l'envisageait Granger, qui soulignait leur rôle « non pas seulement comme réduction des phénomènes aux calculs, mais aussi comme invention de structures nouvelles, voire même d'une mathématique originale ». D'un point de vue historique, les mathématiques sont passées de l'art de la mesure à une « science des modèles ». C'est là qu'il faut chercher la « mathématique originale » pour constituer la base conceptuelle des humanités numériques, qui mettent l'accent sur la modélisation formelle plutôt que sur la simple automatisation des calculs. Cette perspective appelle à une intégration plus poussée des méthodes informatiques avec leurs fondements logiques et mathématiques afin de faire progresser les cadres épistémologiques des sciences humaines.

1 Introduction

Le problème de la définition des humanités numériques n'est pas tant le fait qu'il y ait tant de tentatives de définitions contestées, mais plutôt le fait que de nombreuses personnes dans le domaine, rejettent toute définition, affirmant que les humanités numériques sont en quelque sorte « indéfinissables ».

Dans « Décomposer les humanités numériques » (Piotrowski & Xanthos, 2020), nous avons soutenu qu'une définition est nécessaire pour des raisons scientifiques, institutionnelles et politiques. Je ne reviendrai pas sur ces arguments ici. Ce qui est important, c'est que nous fassions une distinction entre les humanités numériques *appliquées* et *théoriques* et que nous donnions des explications concises pour ces termes :

Humanités numériques appliquées. Ce terme désigne les domaines de recherche qui, comme l'histoire computationnelle ou les études littéraires computationnelles, s'inscrivent dans une discipline des sciences humaines et ont pour objet la construction de modèles formels des phénomènes étudiés par cette « discipline mère ». La différence entre les études « traditionnelles » et « computationnelles » porte donc spécifiquement sur la nature des modèles qu'elles visent à construire : dans le cas de ces dernières, il s'agit de modèles *formels* qui peuvent être manipulés par des ordinateurs. Pour le reste, ils partagent les objets de recherche et les objectifs des disciplines des sciences humaines auxquelles ils appartiennent.

Humanités numériques théoriques. Elles étudient les propriétés générales de ces modèles à un niveau d'abstraction plus élevé. En d'autres termes, les humanités numériques théoriques créent et étudient les *métamodèles* dont l'application concrète dans les sciences humaines est le domaine des humanités numériques appliquées, ainsi que la méthodologie de construction de ces métamodèles. Ces métamodèles prennent généralement la forme d'algorithmes et de structures de données, c'est-à-dire de programmes informatiques (Wirth, 1976). Bien qu'ils soient conçus pour un domaine d'application particulier, la question de recherche qui les sous-tend est l'*adéquation* de ces modèles, et non leur application. On peut donc dire que les humanités numériques théoriques servent de métascience pour les humanités numériques appliquées.

Cette distinction est cruciale, car les humanités numériques appliquées et théoriques ont des objets et des objectifs de recherche différents : dans le premier cas, elles appartiennent aux sciences humaines, dans le second, à l'informatique.

Maintenant, à quoi ressemblent ces modèles formels ? Comme le souligne Granger (1967, p. 19), il y a une « confusion que l'on favorise d'ordinaire entre la pensée formelle et l'œuvre des mathématiciens. » Granger note que s'il est « bien vrai en un sens que tout formalisme scientifique efficace tend vers un statut mathématique, ce n'est pas pour autant qu'il se réduise infailliblement aux instruments *usuels* et *actuels* des géomètres. » Il se donne la tâche de « montrer la pensée formelle à l'œuvre dans les sciences humaines, non pas seulement comme réduction des phénomènes aux calculs, mais aussi comme invention de structures nouvelles, voire même d'une mathématique originale. »

2 Contexte historique et philosophique

Que pourrait donc être cette « mathématique originale » ? Pour répondre à cette question, il faut remonter dans l'histoire des mathématiques. Les racines des mathématiques en géométrie étaient, comme leur nom l'indique, concernées par la « mesure de la terre », et en particulier des champs le long du Nil après la crue annuelle. Pendant longtemps, les mathématiques sont restées associées à la mesure. Speiser (1952, p. 11) remarque que « Goethe verstand unter der Mathematik die Meßkunst », et cette identification des mathématiques aux instruments de la physique expérimentale était encore d'actualité dans la philosophie du XIX^e siècle; considérez, par exemple, la définition des mathématiques d'Auguste Comte (1892, p. 106) :

> Nous sommes donc parvenus maintenant à définir avec exactitude la science mathématique, en lui assignant pour but, la mesure *indirecte* des grandeurs, et disant qu'on s'y propose constamment de *déterminer les grandeurs les unes par les autres, d'après les relations précises qui existent entre elles.*

Néanmoins, il s'agit déjà d'un point de vue beaucoup plus abstrait, puisque Comte rejette explicitement la définition des mathématiques comme « la science des grandeurs » ou « la science qui a pour but la mesure des grandeurs » (pp. 97-98); même s'il parle encore de « mesure », ce sont les *relations* qu'il place au centre des mathématiques.

Dans *Les principes des mathématiques*, une série d'articles inspirés par *The principles of mathematics* de Bertrand Russell, Louis Couturat (1904, pp. 19-20) note que jusqu'au milieu du XIX^e siècle, la logique et les mathématiques étaient deux domaines absolument distincts et même séparés :

> Cet état de choses a complètement changé pendant la seconde moitié du XIX[e] siècle. D'une part, les mathématiciens furent pris de scrupules logiques inconnus de leurs prédécesseurs; ils se mirent à analyser leurs méthodes de démonstration, à vérifier l'enchaînement de leurs théorèmes, à rechercher les hypothèses ou postulats qui se glissaient subrepticement dans leurs raisonnements, enfin à dégager les principes ou axiomes d'où partaient leurs déductions et d'où dépendaient toutes leurs théories. [...] Enfin, en creusant pour ainsi dire les fondations de leur science, et en reprenant tout l'édifice en sous-œuvre, les mathématiciens furent amenés à constituer deux théories nouvelles qui devaient désormais servir de base à toutes les autres : la théorie des ensembles et la théorie des groupes; autrement dit, la science des multiplicités et la science de l'ordre. Ainsi il apparaissait que les sciences du nombre et de la grandeur n'étaient pas primitives, mais reposaient sur des doctrines d'un caractère plutôt logique que mathématique, et sur des notions qui n'avaient plus rien de *quantitatif*.

Speiser (1952, p. 12) (publié à l'origine en 1932) est alors très clair : « Die Mathematik ist ihrem Wesen nach keine Meßkunst », c'est-à-dire les mathématiques ne sont pas, par essence, un art de la mesure.

Granger (1967, p. 143) fait référence, dans une note de bas de page, à l'article de John Kemeny (1959) intitulé *Mathematics Without Numbers*. Kemeny se place explicitement dans ce développement historique en commençant l'article par la remarque qu'il y a cent ans, un mathématicien aurait défini les mathématiques comme « l'étude des nombres et de l'espace ». Il note qu'une telle définition est cependant beaucoup trop étroite pour inclure les branches les plus récentes des mathématiques modernes (p. 577). Pour nous, il est particulièrement intéressant qu'il montre les façons dont les modèles mathématiques peuvent être utilisés en relation avec des problèmes typiques des sciences sociales, où « sciences sociales » doit être compris comme « sciences humaines et sociales ». Il note que ces sciences peuvent être caractérisées par le fait que, dans la plupart de leurs problèmes, les mesures numériques semblent absentes et que les considérations d'espace ne sont pas pertinentes (p. 577).

Lynn Arthur Steen (1988, p. 616) franchit alors l'étape logique suivante; plutôt que de considérer les « mathématiques sans nombres » comme *une* partie des mathématiques, il généralise la notion de mathématiques en tant que « the science of patterns » et relie explicitement ce développement à l'informatique, le système étroitement couplé formé des domaines d'application, des ordinateurs et de mathématiques produisant « des résultats jamais possibles auparavant et des idées jamais imaginées auparavant » (Steen, 1988, p. 612).

3 Vers une « mathématique originale » pour les humanités numériques

Puisque Kemeny (1959) discute spécifiquement d'exemples provenant des « sciences sociales », il est utile d'examiner ces exemples du point de vue des humanités numériques. Encore une fois, le sens du terme « sciences sociales » n'est pas le même en anglais et en français; dans ce contexte, l'utilisation du terme par Kemeny doit être comprise comme faisant référence aux sciences humaines et sociales.

Kemeny note d'emblée qu'il existe des problèmes d'interprétation interdisciplinaire[1] : alors que les chercheurs en sciences sociales trouvent souvent les mathématiciens incapables de les éclairer sur le modèle particulier qui les intéresse, de nombreux mathématiciens ont l'impression que les problèmes mathématiques en sciences sociales sont tout à fait triviaux. Kemeny souligne toutefois que cette dernière idée fausse est due au fait que les problèmes des sciences humaines et sociales sont trop *difficiles* pour les mathématiques actuelles, et c'est parce que les problèmes posés par les sciences humaines et sociales deviennent

1 Comme le dit Abraham Moles (1995, p. 159), « la multidisciplinarité n'existe réellement qu'à l'intérieur du cerveau d'un même individu qui n'a plus à se heurter à l'univers du faux sens ».

rapidement difficiles que seuls quelques-uns des problèmes mathématiques les plus simples ont été résolus jusqu'à présent.

Selon Kemeny, il existe essentiellement deux façons différentes de construire un modèle mathématique pour un problème qui n'implique pas de nombres ou d'espace. La première approche consiste à utiliser une branche des mathématiques qui n'emploie pas de nombres et ne traite pas de l'espace. La seconde approche consiste à introduire des nombres « par une méthode plus ou moins arbitraire », là où aucun nombre n'était apparent au départ; il peut alors être possible de former un modèle numérique d'un problème non numérique (p. 579). Kemeny donne quatre exemples de tels modèles mathématiques et les domaines mathématiques correspondants. Le premier est la théorie des graphes, et l'exemple de Kemeny est un modèle d'équilibre structurel dans les groupes sociaux. Le deuxième modèle de Kemeny utilise la *théorie des groupes*, en particulier les groupes de transformations. Son exemple est l'étude des règles de mariage dans les sociétés primitives. Son troisième exemple concerne les réseaux de communication, une application qui est d'ailleurs courante dans les humanités numériques. Afin de démontrer l'introduction artificielle de nombres, il discute du réseau en termes de matrices plutôt que de graphes. Des travaux récents en sciences humaines numériques démontrent la complémentarité des représentations graphiques et matricielles des réseaux pour différentes applications (Bavaud & Métrailler, 2023; Egloff & Bavaud, 2018). Le dernier exemple de Kemeny exploite l'utilisation d'une approche géométrique pour un problème non spatial, à savoir celui du classement, par exemple, des préférences. Kemeny montre que ce problème peut être réduit à un problème analogue aux problèmes classiques de statistiques (variables aléatoires) si l'on est capable d'introduire une mesure de distance entre les classements.

Alors que Kemeny vise à illustrer les diverses façons dont les mathématiques peuvent être utiles dans les problèmes non numériques et non spatiaux des sciences humaines et sociales, Steen (1988) affirme : « Mathematics is the science of patterns » (p. 616) :

> The mathematician seeks patterns in number, in space, in science, in computers, and in imagination. Mathematical theories explain the relations among patterns; functions and maps, operators and morphisms bind one type of pattern to another to yield lasting mathematical structures. Applications of mathematics use these patterns to “explain” and predict natural phenomena that fit the patterns.

Steen ne mentionne pas les applications dans les sciences humaines et sociales, mais sa perspective sur les mathématiques rend finalement évidente la relation entre les motifs artistiques (au sens le plus large) et la pensée mathématique que Speiser (1952) n’a pas pu exprimer, raison pour laquelle il a ouvert son livre par ces mots « Das Wesen des mathematischen Denkens unmittelbar in Worten zu beschreiben ist nicht möglich » (Speiser, 1952, p. 11).

4 Implications pour les humanités numériques

L’évolution historique des mathématiques décrite dans la section précédente est également décisive pour le développement d’une « mathématique originale » comme base des humanités numériques, que je crois nécessaire pour aller au-delà du simple « angle opératoire », comme le dit Mario Borillo (1985, p. 5); il note qu’il y a eu, dès le début de l’utilisation des ordinateurs dans les humanités et les sciences sociales, deux conceptions différentes concernant la nature des relations avec l’informatique :

> La première, qui est encore la plus courante, les envisage surtout sous un angle opératoire et il est vrai que l’ordinateur est un instrument capable de modifier profondément les conditions matérielles dans lesquelles s’effectue la recherche dans les sciences de l’homme. L’autre point de vue lie cette dimension technique à son socle conceptuel (logico-mathématique) et voit dans le recours à l’informatique un facteur susceptible de faire évoluer également les cadres théoriques et les référents épistémologiques des sciences de l’homme.

La plupart des utilisations de l'ordinateur dans les humanités numériques qui vont au-delà du stockage et de la recherche d'informations se limitent encore au comptage, aux fréquences et aux statistiques simples. L'interprétation des diagrammes ainsi produits se fait alors le plus souvent sur le tas. Mais ce qui est peut-être encore plus important d'un point de vue épistémologique, et que l'on oublie généralement de mentionner, c'est que les entités à compter, ou le « découpage du phénomène », ne sont généralement définies que par la tradition ou l'intuition :

> C'est que le découpage des faits humains présente une difficulté spécifique. Les phénomènes ont ici un *sens* immédiat, ce qui veut dire qu'ils font spontanément partie d'un univers d'actions valorisées et orientées, soit dans la conscience d'un individu, soit dans l'organisation et le fonctionnement d'une collectivité qui se donne comme un tout, alors même que les liaisons de ce tout nous échappent. Ce sens est véhiculé par le langage pour le sujet parlant de chaque groupe social, et c'est lui qui constitue pour nos consciences d'acteurs l'essence même du fait humain donné. (Granger, 1967, p. 64)

Comme mentionné ci-dessus, il existe des applications plus avancées des mathématiques non numériques dans les humanités numériques, en particulier dans le domaine de l'analyse des réseaux, qui s'appuient sur la théorie des graphes. Cependant, il semble que ces applications soient principalement des emprunts fragmentaires à d'autres disciplines, plutôt que les signes d'une volonté d'embrasser véritablement les mathématiques en tant que science des *patterns*. Pour reprendre un point de l'introduction, je pense que le refus de définir rigoureusement la portée et l'ambition des humanités numériques est l'un des obstacles les plus importants à l'adoption des mathématiques considérées sous cet angle steenéen, si ce n'est le plus important. Cependant, si nous comprenons les humanités numériques comme la construction de modèles formels dans les sciences humaines, il devient évident que nous devons chercher des formalismes appropriés.

L'histoire des sciences humaines de Rens Bod (2013) n'est, comme toujours, qu'un récit possible; quoi qu'il en soit, il ne s'agit pas de nier que ce que nous appelons aujourd'hui les sciences humaines a toujours été motivé par la recherche de « patterns and principles ». Si nous voulons formaliser cette recherche, ce qui est selon moi la raison d'être des humanités numériques, il est évident que nous devons nous tourner vers la science des *patterns* pour obtenir de l'aide.

5 Enjeux et orientations futures

Il ne fait guère de doute que les idées exposées ci-dessus sont rejetées par la majorité des chercheurs en sciences humaines, et même le courant dominant des humanités numériques ne se lasse pas de souligner que les conflits entre le calcul et l'épistémologie traditionnelle des disciplines des sciences humaines sont non seulement toujours irrésolus, mais en fait « fundamentally unresolvable » (Dobson, 2019, p. 6). L'opposition des sciences humaines à une supposée « réduction des phénomènes aux calculs » que Granger a observée comme un préjugé qui entachait l'appréciation de la formalisation dans les sciences humaines, est encore largement diffusée aujourd'hui. De plus, l'utilisation des ordinateurs tant pour l'automatisation que pour des approches plus avancées nécessite une approche « structuraliste » au sens d'Abraham Moles (1995, p. 141), qui expliquait que « l'hypothèse structurale est basée sur l'idée qu'il est *toujours* possible, et souvent utile, de considérer la réalité comme la combinaison d'éléments ou d'‹ atomes › reconnaissables appartenant à un faible nombre de types et combinés selon un certain nombre, connaissable, de lois ou règles qui constituent précisément ce qu'on appelle la structure ».

Il serait déraisonnable de s'attendre à ce que la « mathématique originale » apparaisse soudainement complètement formée. Resnik (1999, p. 258) souligne que les normes de formalisabilité des mathématiques contemporaines sont trop élevées pour être respectées par la science contemporaine : « Many areas of science make essential use of counterfactual conditionals, causal statements, and vague predicates, none of which can be formalized within contemporary mathematics. ». Ceci est particulièrement vrai pour les sciences humaines et sociales, et mérite d'être souligné à nouveau, parce que les problèmes de recherche dans le monde humain sont intrinsèquement (et ontologiquement) complèxes.

En tant que tels, ces problèmes devraient également constituer un défi pour les mathématiciens. Il faudra voir s'il y a, comme le pensait Kemeny (1959, p. 579), « toutes les raisons de s'attendre à ce que les diverses sciences sociales servent d'incitation au développement de nouvelles grandes branches des mathématiques »; une telle entreprise nécessiterait certainement des interlocuteurs issus des humanités numériques. Sa prédiction selon laquelle « un jour, le chercheur en sciences sociales théoriques devra connaître plus de mathématiques que le physicien n'a besoin d'en connaître aujourd'hui » semble improbable à première vue, mais si nous sommes capables de progresser dans la formalisation, par exemple, de l'incertitude telle qu'elle est rencontrée dans les sciences humaines (voir p. ex. Piotrowski, 2023), il est probable qu'elle nécessitera beaucoup de mathématiques.

D'un autre côté, on pourrait être d'avis qu'avec l'émergence de l'IA générative (principalement les grands modèles de langage), toute cette abstraction et cette formalisation seront inutiles, puisque les ordinateurs on désormais accès à ce que Granger (1967, p. 64) appelle le « sens immédiat » qui est « véhiculé par le langage [...] et c'est lui qui constitue pour nos consciences d'acteurs l'essence même du fait humain donné. » Quoi qu'il en soit, Moles (1995, p. 287) a certainement raison en affirmant que « [s]avoir penser *avec* l'ordinateur [...] est bien une nouvelle situation de l'esprit que n'ont connue ni Leibniz, ni Descartes, Hume ou Locke. » Ce que nous ne savons pas, en revanche, c'est si l'ordinateur continuera à être le « gardien de la vérité logique ».

6 Conclusion

Le point de départ de cet essai est l'affirmation de Granger d'endosser la tâche consistant à montrer la pensée formelle à l'œuvre dans les sciences humaines, « non pas seulement comme réduction des phénomènes aux calculs, mais aussi comme invention de structures nouvelles, voire même d'une mathématique originale » (Granger, 1967, p. 19).

Granger nous donne un indice en se référant à Kemeny (1959), et si nous adoptons un point de vue historique, nous pouvons effectivement affirmer que les mathématiques ont évolué de l'art de la mesure à une (ou même *la*) science des *patterns* (Steen, 1988). Cette conception des mathématiques les rend beaucoup plus pertinentes pour les sciences humaines et sociales, qui sont, comme le dit Bod (2013), à la recherche de « modèles et de principes ». En ce sens, la « mathématique originale » de Granger serait donc bien le fondement des humanités numériques qui s'intéressent à la construction de modèles formels dans les sciences humaines.

Comme l'a fait remarquer Hamming (1962, p. vii), « The purpose of computing is insight, not numbers », et Thom (1991) nous rappelle que « prédire n'est pas expliquer ». Ainsi, si l'utilisation d'ordinateurs pour automatiser le comptage, le calcul et la production de statistiques n'est pas « erronée », elle n'exploite les possibilités que dans une faible mesure. Comme l'a noté Borillo (1985, p. 5), relier l'informatique à son socle conceptuel (logico-mathématique) « fera évoluer également les cadres théoriques et les référents épistémologiques des sciences de l'homme. »

Pour avancer sur cette voie, il faut des chercheurs véritablement pluridisciplinaires comme François Bavaud.

Références

Bavaud, F. & Métrailler, C. (2023). A (dis)similarity index for comparing two character networks Based on the Same Story. In Rochat, Y., Métrailler, C., & Piotrowski, M. (éd.), *Proceedings of the Workshop on Computational Methods in the Humanities 2022 (COMHUM 2022)*, pages 33–42. CEUR Workshop Proceedings.

Bod, R. (2013). *A new history of the humanities: The search for principles and patterns from antiquity to the present*. Oxford University Press, Oxford.

Borillo, M. (1985). *Informatique pour les sciences de l'homme: Limites de la formalisation du raisonnement*. Mardaga, Bruxelles.

Comte, A. (1892). *Cours de philosophie positive*, volume 1. Société positiviste, Paris, 5ème édition.

Couturat, L. (1904). Les principes des mathématiques. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 12(1):19–50.

Dobson, J. E. (2019). *Critical digital humanities: The search for a methodology*. University of Illinois Press, Champaign, IL.

Egloff, M. & Bavaud, F. (2018). Taking into account semantic similarities in correspondence Analysis. In Piotrowski, M. (éd.), *Proceedings of the Workshop on Computational Methods in the Humanities (COMHUM 2018)*, pages 45–51. CEUR Workshop Proceedings.

Granger, G.-G. (1967). *Pensée formelle et sciences de l'homme*. Aubier-Montaigne, Paris. Nouvelle éd. augmentée d'une préface.

Hamming, R. W. (1962). *Numerical methods for scientists and engineers*. McGraw-Hill, New York, NY.

Kemeny, J. G. (1959). Mathematics without Numbers. *Daedalus*, 88(4):577–591.

Moles, A. A. (1995). *Les sciences de l'imprécis*. Seuil, Paris.

Piotrowski, M. (2023). Uncertainty as Unavoidable Good. Center for Uncertainty Studies Working Papers 5, Universität Bielefeld, Center for Uncertainty Studies (CeUS), Bielefeld.

Piotrowski, M. & Xanthos, A. (2020). Décomposer les humanités numériques. *Humanités numériques*, 1.

Resnik, M. D. (1999). *Mathematics as a science of patterns*. Oxford University Press, Oxford.

Speiser, A. (1952). *Die mathematische Denkweise*. Birkhäuser, Basel, 3ème édition.

Steen, L. A. (1988). The Science of Patterns. *Science*, 240(4852):611–616.

Thom, R. (1991). *Prédire n'est pas expliquer: Entretiens avec Émile Noël*. Flammarion, Paris, 2ème édition.

Wirth, N. (1976). *Algorithms + data structures = programs*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.